13
MATEMATIK-UNDERVISNINGENS BEGRUNDELSESPROBLEM

Uddannelsesmæssige begrundelsesproblemer drejer sig om, hvorfor nogle problemstillinger, genstandsområder og aktiviteter gør sig fortjent til at være uddannelsesindhold, mens andre ikke gør. Hvorfor er det, udover traditionen, at fagrækken i grundskolen omfatter fx dansk, matematik, sløjd og geografi, men ikke økonomi, ludo, mekanik eller medicin?

Den generelle diskussion af det spørgsmål er uden for denne bogs rammer og interesseområde. Men det er det mere konkrete spørgsmål om, hvad der kvalificerer matematik til at være et undervisningsfag ikke. Hvad er det, der gør, at matematik er et dominerende fag i grundskolen, i de fleste lande endda det næststørste efter modersmålet?

Der har altid været et meget konkret og ganske jordbundet argument for at undervise i faget matematik: Det virker! Matematik er et nyttigt værktøj til kvantitativ og geometrisk beskrivelse og løsning af en lang række praktiske opgaver, private såvel som erhvervsmæssige. Mange af disse opgaver er stort set umulige at løse uden matematik. Det berettiger i hvert fald til eksistensen af et fag, der gør det muligt for eleverne at blive kompetente brugere af faget.

Men der har også været anvendt andre begrundelser for matematik i skolen, end at faget er praktisk anvendeligt. Det fremgår af vores historiske gennemgang i det foregående kapitel, at i Danmark har begrundelserne skiftet karakter i løbet af 1900-tallet. Hovedbegrundelsen for fagets placering var omkring almenskolelovens gennemførelse efter 1903, at eleverne ved at arbejde med matematik kunne udvikle den logiske tankegang. Der er her tale om det, der kaldes et formalt dannelsesargument. Det er et argument, der i højere grad hæfter sig ved de effekter, arbejdet med matematik har for en personlig udvikling end ved selve indholdet i matematikken.

Hundrede år senere er situationen en anden. Der lægges nu primært vægt på fagets nytte i anvendelser, herunder også på samfundsborgerens brug af faget i sin deltagelse i demokrati. Dette skift antyder, at der ikke er et simpelt og entydigt svar på spørgsmålet *hvorfor er matematik et skolefag?*

En begrundelsesdiskussion kan føres empirisk eller pædagogisk-filosofisk. I det første tilfælde kan man spørge deltagerne i uddannelserne (fx elever eller studerende), aftagerne (fx private arbejdsgivere), uddannelsespolitikere, økonomer eller andre, hvad de ser som begrundelsen eller berettigelsen for en uddannelse eller et fag. Man kan da få tegnet et billede af de generelle holdninger til den pågældende uddannelse eller det pågældende fag, som det aktuelt praktiseres. På denne måde kan man gå deskriptivt til værks i en begrundelsesdiskussion. Man kan altså forsøge at *beskrive* de begrundelser, der fremføres. For de tre sidste af de nævnte gruppers vedkommende kan det fx dreje sig om behovet for kvalificeret arbejdskraft, for teknologisk udvikling mv.

I en pædagogisk-filosofisk og dannelsesteoretisk tilgang til begrundelserne er det i højere grad fagenes principielle eller potentielle bidrag, det drejer sig om. Det er en dannelsesdiskussion, der kort sagt drejer sig om, hvordan uddannelse kan bidrage til udviklingen af det gode liv og det hele menneske. Der er da involveret et normativt element på en anden måde end i det empiriske tilfælde. For hvad, der bidrager til det gode liv og det hele menneske, afhænger naturligvis af, hvad man mener, det gode liv og det hele menneske er.

I forhold til undervisning og uddannelse er bestræbelsen her ikke så meget at *beskrive* som at *foreskrive*, hvad der er lødigt undervisningsindhold.

Vi skal i dette kapitel diskutere matematikundervisningens begrundelsesproblem fra en overvejende normativ synsvinkel. Vi skal dog ikke forsøge os med en gennemført dannelsesteoretisk diskussion, selv om vi vil lægge dannelsesteoretiske vinkler på matematik.

I stedet for udvider vi først den historiske diskussion fra sidste kapitel med endnu et historisk nedslag: 1960'ernes reform af matematikundervisningen. Bestræbelsen er imidlertid ikke at bruge dette nedslag til at trække lange linjer i matematikundervisningens historie, som vi gjorde i kapitel 12.

Derimod vil vi benytte det som udgangspunkt for en grundigere begrundelsesdiskussion med dannelsesteoretiske vinkler.

Dernæst skal vi se på begrundelsesdiskussionen i relation til det aspekt af undervisningsfagets nyeste historie, der handler om dets demokratibidrag. I lande med demokratiske ambitioner synes det indlysende, at uddannelser bl.a. skal bidrage til en opretholdelse og videreudvikling af demokratiet. Spørgsmålet er derfor, om matematik har noget at bidrage med i den sammenhæng.

Vi skal således behandle begrundelsesproblemet med udgangspunkt i matematikdidaktiske diskussioner, som vi vil fortolke med mere generelle og til dels dannelsesteoretiske argumenter. Det er hensigten, at læseren:

– Udvikler en forståelse af idéerne bag og problemerne med den mest omfattende, internationale reform af matematikundervisning nogensinde, 1960'ernes *ny matematik*.

– Kan vurdere historiske forslag til formaldannelsesperspektiver på matematikundervisning.

– Kender til og kan forholde sig til centrale aspekter af de senere års demokratidiskussion i forbindelse med matematikundervisning.

MATEMATIK – ET BIDRAG TIL FORMALDANNELSEN?

Det har været et gennemgående argument for megen matematikundervisning, at faget kan bidrage til, at eleverne eller de studerende udvikler og skærper stringensen i deres tænkning: Matematik har været set som vejen til at udvikle elevernes evne til at tænke og ræsonnere logisk. I denne forståelse er fagets primære berettigelse mindre knyttet til de konkrete indholdsområder end til de formelle sider af matematikken i form af beviser og ræsonnementer.

Fx var begrundelsen for at arbejde med Euklids elementer (ganske vist i ret udtyndet udgave) i mellemskolen efter 1903-loven ikke primært elevernes behov for at beherske indholdet i den geometri, der indgik. Det var heller ikke, at geometri som et klassisk genstandsområde var bærer af en kultur, som kunne danne eleven, når han tog det til sig. Snarere var det idéen, at fokusere på de beviser, der blev brugt i elementerne, fordi de involverede ræsonnementer kunne udvikle og skærpe elevernes tænkning. *Den deduktive geometris* centrale placering i skolematematikken var således i højere grad knyttet til dens mulighed for at udvikle elevernes generelle mentale evner end for dens beskrivelse af et genstandsfelt, som eleverne burde kende til indholdet af.

I dannelsesteoretiske termer er der her tale om den version af formaldannelsestænkning, som Klafki kalder den funktionelle dannelse (Klafki 1983). For denne forståelse er "[d]et væsentlige ved dannelsen […] ikke optagelse og tilegnelse af *indhold*, men formning, udvikling, modning af legemlige, sjælelige og åndelige *kræfter.*" (s. 45).

Selv om indholdet som sådan var af mindre betydning, skulle der dog udvælges et indhold. Kriteriet for valget var, om det havde potentiale til at udvikle elevens åndelige kræfter. Det til dels implicitte argument for euklidisk geometri var således, at det var et af de indholdsvalg, der bedst kunne skærpe de logiske evner, som det var hensigten at udvikle.

1960'ernes reform af skolematematikken: *den ny matematik*

Det har altså været en del af tænkningen om skolematematik, at faget skulle fungere som 'forstandens slibesten' (jf. kapitel 13). I mellemskolens tid indtil 1960 indgik alle delfagene, aritmetik, regning og geometri i dette funktionelle dannelsesprojekt. Imidlertid var det i praksis en tænkning, der ind til 1960'erne var forbeholdt geometrien, fordi de fleste andre indholdsområder udviklede sig til at blive procedureorienterede i den forstand, at elevernes opgave var at lære sig metoder til fx at foretage forskellige udregninger, uden at der blev ræsonneret eller bevist vældig meget af den grund[1].

Skolematematikken blev af en række forskellige grunde omkalfatret i 1960'erne. Det gælder både, hvad angår formål, indhold, og metoder. Det

1 Beviserne i den euklidiske geometri kan naturligvis læres udenad på nøjagtig samme måde som i al mulig anden matematik, og de er i vid udstrækning blevet det. Der er i hvert fald omfattende dokumentation for, at elever ikke nødvendigvis lærer ræsonnementets ædle kunst af at skulle reproducere beviser om trekanter, vinkler og cirkler. Se vores diskussion af ræsonnementers rolle i matematikundervisningen i ϒ-bogen kapitel 12.

førte til den reform, der stadig bærer navnet *den ny matematik*, selv om den grundlæggende tænkning bestemt ikke er ny længere og i hovedsagen afgik ved døden i 1970'erne.

Der er to hovedårsager til 1960'er-reformen. For det første var der i den periode en generel optagethed af uddannelse som et stadigt vigtigere demokratisk og politisk satsningsområde. For det andet var der en gryende teknologioptimisme kombineret med opmærksomhed på matematikkens rolle som leverandør af kvalificeret arbejdskraft. Specielt den anden af disse årsager – troen på matematikundervisningens bidrag til den fortsatte teknologiske udvikling – blev i tidens koldkrigsatmosfære understøttet af det, der blev kaldt Sputnikchokket. Det var Vestens overraskelse over, at den daværende Sovjetunion var i stand til at sende en satellit i kredsløb om jorden. Hvis Vesten ikke skulle sakke agterud i det teknologiske og militære kredsløb, måtte der uddannes flere og bedre teknikere, ingeniører m.m.

Videnskabscentrering af matematikundervisningen

Der var således i høj grad samfundsmæssige, økonomiske og teknologiske årsager bag 1960'ernes ændringer af matematikundervisningen. Det kunne pege på, at matematikkens anvendelser skulle have en stærkere plads i undervisningen end hidtil. Imidlertid blev det i praksis mere snævre matematiske overvejelser, der blev bestemmende for indholdet, et indhold der kom til at ligge meget langt fra fagets anvendelser. Det blev således fagmatematikerne – og en lidt speciel gruppe af slagsen – der stjal billedet, da 1960'ernes reform skulle udmøntes i indhold og materialer.

I den ny matematik skulle skolefaget i højere grad ligne videnskabsfaget. Det betød, at undervisningen skulle samles om nogle grundlæggende matematiske strukturer, fx en 'gruppe' (se eksemplet nedenfor). Desuden blev tænkningen om, hvad der karakteriserer et bevis, og især hvad der er bevisets udgangspunkt, udfordret. Således skifter aksiomerne karakter, så de ikke længere ses som selvindlysende sandheder. Derimod er de antagelser om nogle mulige objekter, der ikke defineres yderligere. Idéen er: Antag, at der findes nogle objekter, der opfylder disse aksiomer. Hvad kan vi så mere vide om dem? Det er en anden tænkning om aksiomer end i Euklids elementer (se evt. ϒ-bogen, s. 561 ff.).

Gruppe, et eksempel på ny matematik
En gruppe er en organiseret mængde, dvs. en mængde med en komposition som fx en regneart, med nogle særlige karakteristika. Et eksempel er mængden af rationale tal undtagen 0 med kompositionen multiplikation: $(Q\backslash\{0\}, \cdot)$. For at være en gruppe skal den organiserede mængde opfylde følgende:

- Mængden er stabil ved brug af kompositionen. Hvis man fx multiplicerer to rationale tal med hinanden, får man et rationalt tal som resultat.

- Kompositionen er associativ. Hvis man fx skal multiplicere tre rationale tal med hinanden, får man samme resultat, hvad enten man først ganger de to første sammen eller de to sidste sammen. Man må altså gerne flytte parenteser: $(a \cdot b) \cdot \mathrm{c} = a \cdot (b \cdot c)$.

- Der findes et neutralt element i den organiserede mængde, dvs. et element, der ikke 'laver om' på andre elementer, når det komponeres med dem. Fx er 1 det neutrale element i $(Q\backslash\{0\}, \cdot)$, fordi resultatet af at multiplicere et tal med 1 er tallet selv: For et vilkårligt element, a, i Q gælder, at $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

- At ethvert element er invertibelt, dvs. at der til ethvert element i mængden findes et andet, så hvis man ganger de to, får man det neutrale element. Fx er $\frac{1}{3}$ det inverse til 3 i $(Q\backslash\{0\}, \cdot)$, fordi $\frac{1}{3} \cdot 3 = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$ (se evt. ϒ-bogen, s. 336 ff.).

Oplæg 1
Var det nødvendigt at tage 0 ud af mængden af rationale tal for, at mængden sammen med multiplikation blev en gruppe?

Overvej og diskuter, om andre kendte talmængder med tilhørende kompositioner opfylder gruppekriterierne.

Aksiomer som antagelser om en mulig verden
Det er indholdet i et af Euklids aksiomer, forudsætning 5, at der gennem et punkt, *P*, uden for en ret linje, *l*, går en og kun en ret linje, der er parallel med *l*. Det blev hos Euklid betragtet som en selvindlysende sandhed – hvordan kunne det være anderledes? (Prøv at tegne!). Det er netop det spørgsmål, man stiller sig i de ikke-euklidiske geometrier. Eller rettere, man spørger: Hvad nu hvis det ikke er sådan? Hvad nu hvis man har en verden, hvor andre af Euklids aksiomer gælder, men hvor der ikke er nogen linjer gennem *P*, der er parallelle med *l*? Eller hvis man har én, hvor der er mange sådanne linjer? Det førte til andre geometrier med andre resultater, fx at vinkelsummen i en trekant ikke længere er 180°. Se evt. ϒ-bogen, kapitel 14, s. 565.

Den ny matematiks fædre vidste dog godt, at det ville være umuligt at arbejde med disse ikke-euklidiske geometrier i grundskolen. Men det var et klart ønske, at Euklids udgave ikke længere skulle have en central plads i skolen. En af reformens mest prominente fortalere, franskmanden Jean Dieudonné, fremlagde således på et berømt møde på slottet Royaumont i Frankrig sit perspektiv på skolematematik. En af hans overskrifter var *Euclid must go!* – Euklid må ud! (OEEC 1961, s. 35). Det, der skulle ind i stedet, var dels flytningsgeometri, dvs. spejlinger, parallelforskydninger, mv., dels lineær algebra med dets fokus på vektorer og matricer.

For Dieudonné var den primære begrundelse for dette radikale opgør, at traditionen i skolegeometri ikke forberedte eleverne tilstrækkeligt på fortsatte matematikstudier: Den havde, som han sagde, lige så lidt med moderne matematik at gøre som magiske firkanter og skak. Derudover var den alt for arbejdskrævende uden at føre til indsigter, der var indsatsen værd.

Den nye tilgang kunne derimod give en mere sammenhængende fremstilling af matematik ved at give geometrien aksiomatisk behandling i den 'nye' forstand af aksiomatik. Begrundelsen for flytningsgeometrien var således ikke flytningerne i sig selv eller de geometriske mønstre, som de kan give anledning til. Derimod skulle mængden af flytninger i planen ses som en gruppe, og flytningsgeometri skulle være en indgang til eller en eksemplificering af det generelle algebraiske begreb om en gruppe. Det begreb skulle også stå stærkt i forbindelse med undervisningen i tal og regningsarterne.

Den ny matematik og formaldannelsen

Det er et vigtigt kendetegn ved den ny matematik, at den var videnskabscentreret, dvs. at det var videnskabsfagene, der skulle afgøre, hvad der var mål og indhold i undervisningen. For nogle af den ny matematiks frontløbere var der dog også andre grunde til at reformere skolefaget, end at det skulle afspejle videnskabsfaget.

Bent Christiansen, professor i matematikkens didaktik ved Danmarks Lærerhøjskole 1960-1991, relaterede bestræbelserne på at reformere skolematematikken til de almene begrundelser for faget. Han anerkendte, at 'den gamle matematik' ikke havde kunnet leve op til forventningerne med hensyn til elevernes logiske tænkning, og han påpegede, at snakken om matematikkens generelle og almendannende potentiale måtte se at blive andet og mere end "blot en postuleret værdi i en formålsparagraf" (Christiansen 1967 s. 43).

Det kunne den blive, sagde Christiansen, ved at undervisningen orienterede sig mod det, han kaldte 'generelle principper og almene synsmåder' (ibid.). Han argumenterede for, at der også af den grund var brug for en aksiomatisk tilgang til skolematematik – stadig i den nye forståelse af aksiomatik. Problemet havde hidtil været, mente Christiansen, at ræsonnementer og logik var meget tæt knyttet til den euklidiske geometris punkter, linjer trekanter, m.m. Det betød, at eleverne ikke havde nogen muligheder for at tage dem med over i andre faglige områder og i andre livssfærer. Det kunne der imidlertid rådes bod på i den ny matematik.

Nu var aksiomerne ikke længere selvindlysende sandheder om fx punkter og linjer. Og de ræsonnementer, man kunne lave med udgangspunkt i aksiomerne, handlede så heller ikke kun om punkter og linjer. Derimod var der tale om en nærmest genstandsløs aksiomatik, hvor ræsonnementerne ikke handlede om noget som helst, eller i hvert fald ikke om noget bestemt. Når der skulle opereres med grupper, så kunne det jo handle om flytninger i planen, om addition i de hele tal, om multiplikation i de rationale tal, eller om noget helt andet. Og det betød, mente Christiansen, at den logik, der blev brugt, havde mulighed for at blive bragt i anvendelse i mange andre sammenhænge end matematik.

Pointen i Christiansens argument for den nye aksiomatiske tilgang var således ikke primært, at det i sig selv var vigtigt, at eleverne skulle kende til fagets nyere udvikling. Vigtigere var det, at det logiske ræsonnement med den nye aksiomatik blev overførbart til ikke-matematiske sammenhænge (ibid., s. 121 ff.). Dét kunne hjælpe med til, at matematikfaget i skolen kunne bidrage *"til forberedelsen af den enkelte elev til livet i almindelighed"* (ibid., s. 51). Christiansens noget overraskende argument var således, at den ny matematik med sit fokus på abstrakte matematiske strukturer og på 'genstandsløs' aksiomatik kunne sikre, at udviklingen af en skarp logisk tænkning kunne overføres til andre faglige områder og til livet i almindelighed.

'Den gamle matematik' kan siges – eksplicit eller implicit – at være knyttet til en funktionel dannelsestænkning. Her er hovedtanken at skærpe nogle åndelige kræfter, der allerede tænkes at ligge i barnet. Christiansens argument synes i højere grad at afspejle det, Klafki kalder metodisk scientisme. Det er også en formaldannelsestænkning, dvs. en tænkning der fokuserer på ændringer i barnets muligheder for at forholde sig til verden snarere end på det indhold, der skal læres: Dannet bliver man ikke ved blot at tilegne sig en mængde stof, uanset hvor vigtigt det måtte være. Dannet bliver man ved at ændre sine muligheder for at fortolke og agere i verden. Men i modsætning til en forståelse af dannelsen som en skærpelse af iboende kræfter (jf. formuleringen om matematik som åndens slibesten), så er det hos Christiansen den videnskabelige metode, og specielt den aksiomatiske metode, der er central. Dét er den som bidrag til og betingelse for, at matematik kan leve op til sin rolle som dannelsesfag, dvs. som andet og mere end en værktøjskasse med redskaber til løsning af praktiske problemer.

Der blev således argumenteret for den ny matematik på to måder. Dels skulle den sikre, at eleverne fik adgang til tidens matematik og dermed sikre kvaliteten i de videregående uddannelser. Dels skulle faget kunne leve op til bredere og mere almene intentioner med uddannelse. I begge tilfælde udfordrede reformen traditionens fokus på udenadslære af isolerede procedurer og beviser. Det var således hensigten at arbejde mod en mere sammenhængende og forståelsesbaseret matematikundervisning end tidligere – i høj grad baseret på ræsonnementer.

En kritik af den ny matematik

Men også den ny matematik løb ind i problemer. Fx leverede matematikeren og matematikhistorikeren Morris Kline i begyndelsen af 1970'erne en underholdende, men sønderlemmende kritik af den ny matematik (Kline 1973/1977). Kline argumenterede, at reformen ikke førte til, at eleverne kom til at forstå det videnskabelige og ganske abstrakte begrebsapparat. Desuden blev de dårligere, og ikke bedre, til at håndtere de mere jordnære og praksisrettede aspekter af regne- og matematikundervisningen.

Kline lancerer i sin bog en særlig brutal kritik af den måde, beviser og ræsonnementer anvendes på i den ny matematik. Således argumenterer han, at de krav om stringens og aksiomatik, der kendetegner den ny matematik, var ødelæggende for undervisningen. De tegner både et forfejlet billede af, hvad faget matematik overhovedet går ud på, og ødelægger de mere intuitive forståelser, som eleverne har med sig, og som undervisningen rettelig bør videreudvikle (fx s. 64).

Kline refererer til nogle af alle tiders største matematikere i sin behandling af aksiomatik (Poincaré, Gauss, Klein). Med henvisning til dem argumenterer han, at en aksiomatisk og deduktiv behandling af et fagligt område i bedste fald kan have en berettigelse som systematisering og præsentation af resultater, der er fundet i forvejen gennem mere intuitive og undersøgende processer. Desuden, siger han, holdes de aksiomer, man kommer frem til i processen, løbende – om end implicit – op mod de problemstillinger, der var udgangspunktet.

Når associativitet således skal indgå i definitionen af en gruppe, så er det fordi, de regnearter og andre kompositioner, der førte til gruppebegrebet, netop er karakteriseret ved associativitet. Associativiteten og de andre aksiomer er ikke grebet ud af den blå luft for bagefter at vise sig at kunne bruges på nogle 'anvendelser', som fx addition af de hele tal. Man må, som Kline pointerer, "kende til brugen af matematik for at kunne forstå det logiske grundlag" (ibid., s. 51).

Argumentet kan også formuleres omvendt: En aksiomatisk fremstilling præsenterer matematik som logisk deduktion fra givne præmisser. Derefter kan resultaterne bruges fx på de regnearter, der opfylder aksiomerne. Når man har udviklet sin gruppeteori og 'opdager', at (Z,+), de hele tal med addition, opfylder aksiomerne, ved man således, at gruppeteoriens resultater også holder for (Z,+). Men den fremgangsmåde er at vende matematikken på hovedet, for det var jo bl.a. en karakteristik af (Z,+) og en sammenligning med andre operationer, der førte til, at man overhovedet fandt på at lave aksiomerne, som man gjorde. Det er, som Kline siger, "intellektuelt uærligt at undervise i den deduktive fremgangsmåde, som om resultaterne var opnået ad logisk vej." (s. 53)[2].

Klines kritik af den ny matematik ramte både de ganske jordnære begrundelser for matematikundervisning (matematik virker) og de mere dannelsesorienterede. Siden da har der været langt i mellem forsøg på at begrunde matematikundervisningen med overvejende formale argumenter.

Som vi gjorde rede for i sidste kapitel, så er opmærksomheden nu i højere grad rettet mod fagets anvendelser, herunder på samfundsborgerens brug af faget i sin deltagelse i demokrati. Det demokratiske aspekt forbinder matematikken med elementer af kritisk pædagogik. Det er de kritisk-demokratiske aspekter af dannelsesdiskussionen om matematik, vi skal diskutere nu.

MATEMATIK – ET KRITISK-DEMOKRATISK BIDRAG?

I lande med en demokratisk selvforståelse synes det som nævnt indlysende, at skolen forventes at yde et bidrag til sikringen og videreudviklingen af demokratiet. Også i den forstand er skolen en afgørende samfundsinstitution. Ofte har man imidlertid betragtet fag som dansk, historie og samfundsfag som de kulturbærende og demokratiunderstøttende, og ikke hæftet sig meget ved, om fx matematikundervisningen har en demokratisk forpligtelse.

Sådan er det ikke mere. I det danske formål for matematikundervisning i grundskolen hedder det således:

> "Undervisningen skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng. Med henblik på at kunne tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk fællesskab skal eleverne kunne forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse." (Undervisningsministeriet 2003, s. 11).

2 Klines argument synes her meget tæt på det, Freudenthal kalder matematikundervisningens anti-didaktiske inversion (jf. s. 388). Det kan i den sammenhæng bemærkes, at Freudenthal var stort set den eneste betydende matematikdidaktiker, der allerede, da den ny matematik var i sin vorden, manede til besindighed med argumenter, som dem Kline fandt dokumenteret nogle år senere.

Det skal i den sammenhæng nævnes, at det af de obligatoriske fag kun er historie, samfundsfag og matematik, der direkte nævner fagets demokratiske forpligtelse.

Tilsvarende, men med en lidt bredere formulering, siger de norske formål for matematik i skolen:

> "Faget [matematikk] grip inn i mange vitale samfunnsområde, som medisin, økonomi, teknologi, kommunikasjon, energiforvalting og byggjeverksemd. Solid kompetanse i matematikk er dermed ein føresetnad for utvikling av samfunnet. Eit aktivt demokrati treng borgarar som kan setje seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analysar og økonomiske prognosar. På den måten er matematisk kompetanse nødvendig for å forstå og kunne påverke prosessar i samfunnet." (Utdanningsdirektoratet 2006).

Og i Sverige finder man både i læreplanen fra 1994 og i udkastet til ny læreplan fremhævet, at matematik er et middel til "at kunne følge og deltage i beslutningsprocesser i samfundet"[3]:

> "Grundskolan har till uppgift att hos eleven utveckla sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökande flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Utbildningen skall ge en god grund för studier i andra ämnen, forsatt utbildning och ett livslångt lärande."

Matematik er, i hvert fald i Skandinavien, blevet et fag, der er formelt forpligtet på et bidrag til demokrati. Imidlertid er demokrati et mangesidet begreb. Og selv om de fleste er enige om, at demokrati er et gode, er de ikke nødvendigvis enige om, hvad det betyder.

Den demokratiske forpligtelse og kritisk pædagogik

I pædagogiske overvejelser hænger demokrati oftest sammen med *kritisk pædagogik*. Det er en samlebetegnelse for en lang række ganske forskellige

3 Her efter udkastet til ny læreplan på Skolverkets hjemmeside: http://www.skolverket.se/content/1/c4/89/46/Matematik.pdf (lokaliseret 14. oktober 2007).

tilgange til pædagogik, som dog har i hvert fald to lighedspunkter, der gør det meningsfuldt at tale om den (Skott 1992, s. 66 ff.).

Det ene er en samfundsorientering, der retter sig mod enhver form for illegitim magtudøvelse, og som derfor ofte er en reel samfundskritik. Det betyder, at demokrati er andet og mere end et sæt af formelt demokratiske rettigheder som fx stemmeret, ytringsfrihed, mv. Ifølge kritisk pædagogik omfatter demokrati en ret og en pligt til at respektere andres liv og verden, til at skabe rum for egen og andres deltagelse, medbestemmelse og udfoldelse, og til at tale hvem som helst midt imod, hvis de illegitimt forsøger at stække andre.

Kritisk pædagogik involverer desuden en lighedstænkning, der kan være i potentiel konflikt med den individuelle udfoldelse. Lighedstænkningen består i, at ulige muligheder og ulige vilkår ikke harmonerer med demokratiets væsen, både fordi de i sig selv er urimelige, og fordi de giver forskellige muligheder for deltagelse, ikke mindst hvis det er uddannelsesmuligheder, der er ulige fordelt.

Den kritiske pædagogiks samfundsorientering er da bundet op på en demokratiopfattelse, hvor "Demokrati er handling i forhold til, engagement i og evne og vilje til at sætte spørgsmålstegn ved vigtige beslutninger og til selv at være med til at sætte dagsordenen for den – i bredeste forstand – politiske debat." (Skott 1992, s. 69).

Det andet lighedspunkt for den vifte af pædagogiske opfattelser, der samlet kan betegnes som kritisk-pædagogiske er en elevorientering. Det betyder, at det ikke er foreneligt med kritisk pædagogik at undervise i nok så vigtige samfundsanliggender, hvis ikke der skabes rum for eleverne, og de medtænkes i og spiller en aktiv rolle for undervisningen.

Dels må elevernes situation og forudsætninger – sociale, kognitive, personlighedsmæssige – medtænkes som udgangspunkt for undervisningen. Uden den accept af eleverne, der ligger i det, præges skolen af illegitim magtudøvelse. Dels skal undervisningen bidrage til, at eleverne udvikler en forståelse af deres egne og andres liv i relation til de givne samfundsmæssige rammer. Desuden skal de lære at se disse rammer som historisk og socialt bestemte og derfor foranderlige. Dermed bliver elevernes aktive handlen i forhold til rammerne en mulighed, dvs. de kan selv blive deltagere i det demokratiske liv, med den forståelse af demokrati, der blev skitseret ovenfor.

Oplæg 2

Vend tilbage til de tre citater fra demokratiafsnittene i de danske, norske og svenske fagmål.

Kan de med rimelighed beskrives som kendetegnet ved elevorientering og en samfundsorientering af matematikfaget?

Tilsammen er der her tale om undervisningens bidrag til noget, man med Karsten Schnack kan kalde demokratisk dannelse (Schnack 1995). Spørgsmålet er så, om og i givet fald hvordan faget matematik kan tænkes ind i den kritisk-pædagogiske tradition, og bidrage til udviklingen af en sådan dannelse.

Matematik og demokrati

Ikke mindst på dansk grund har sammenhængen mellem demokrati og matematikundervisning været et centralt tema. Diskussionen kan med rimelighed struktureres omkring de to aspekter af den kritiske pædagogik nævnt ovenfor, samfundsorienteringen og elevorienteringen.

Samfundsorientering af matematikundervisningen

Samfundsorienteringen af matematikundervisningen har fra slutningen af 1980'erne været et omdrejningspunkt i debatten om matematik og demokrati. Det har i vid udstrækning været diskuteret i relation til spørgsmålet om at kunne kontrollere beslutningstagere, hvad enten de er politikere eller teknokrater. Det har således været et spørgsmål om at se eksperterne over skuldrene.

I den sammenhæng har arbejdet med matematiske modeller af samfundsmæssige problemer og fænomener som miljøspørgsmål, byggerier, økonomiske modeller, o.lign. været et kernepunkt. Ole Skovsmose har diskuteret spørgsmålet med reference til Freires kritiske pædagogik (Skovsmose 1994a).

Freire diskuterer *literacy*, alfabetisering, som andet og mere end et spørgsmål om at kunne læse og skrive i teknisk forstand. Der er en social dimension til det begreb, som gør, at det kan fungere som et tveægget sværd for magthavere af enhver slags. På den ene side er det nødvendigt for den etablerede verden, at børn og voksne lærer at læse og skrive. På den anden side er der et kritisk potentiale i at kunne læse og skrive, fordi det gør en i stand til at problematisere og refortolke verden. Det giver en mulighed for at se verden anderledes, dermed at kritisere verden som den er og agere for at ændre egne og andres betingelser.

Det spørgsmål, Skovsmose stiller sig, er, om der er en tilsvarende rolle for matematik. Giver det mening at tale om et begreb, *mathemacy*, der kunne være matematikkens pendant til sprogfagenes kritiske literacy? Er der altså et matematikbegreb, der kan være et tveægget sværd i forhold til bestående samfundsmæssige forhold? Hvis der er det, er *mathemacy* på den ene side en nødvendig kvalifikation for at opretholde det bestående, på den anden side giver den mulighed for at stille spørgsmål til den etablerede tingenes tilstand.

Skovsmose finder, at hvis begrebet mathemacy skal kunne tillægges betydning som matematikundervisningens tveæggede sværd, så må det omfatte andet og mere end matematik som sådan. Det må nemlig inddrage tre typer af matematikrelevant viden: matematisk viden, teknologisk viden og refleksiv viden.

Matematisk viden er den viden, der hører til matematikfaget selv. Det er at beherske begreber og metoder, som fx at kunne operere på og med matematikkens symboler, at kunne benytte fagets tankegange på centrale faglige indholdsområder og at kunne bruge dets teknikker.

Teknologisk viden handler om at bygge og benytte matematiske modeller. Det er at kunne oversætte et omverdensfænomen til matematiske symboler og formler og oversætte det fundne matematiske resultat tilbage igen. Det kan foregå på alle niveauer fra simple udregninger af, hvor meget man kan købe, hvis man har et bestemt beløb til rådighed, til oversættelser af komplekse samfundsøkonomiske problemstillinger til en form, så de kan behandles matematisk.

Men den virkelige kilde til matematikkens eventuelle kritisk-demokratiske uddannelsesbidrag er refleksiv matematisk viden. Den er i Skovsmoses formulering ikke et spørgsmål om at kunne matematik i sig selv. Den er heller ikke et spørgsmål om at kunne konstruere de matematiske modeller, der gør, at matematikken overhovedet kan komme i anvendelse. Refleksiv viden drejer sig om grænserne for modellernes legitimitet, om det at stille de kritiske spørgsmål. Det er altså ikke så meget spørgsmålet, om der er regnet forkert, eller om modellen ikke teknisk set passer med det, der skulle modelleres. Det er mere et spørgsmål om forudsætningerne for selve modelleringen. Vi skal se på et af Skovsmoses egne eksempler på, hvad det kan betyde i praktisk undervisning (ibid., kapitel 7, også beskrevet på dansk i Skovsmose 1994b).

Eksempel 1[4]

Børnefamilieydelse i et mikrosamfund

I 8. klasse arbejder de med et forløb, de kalder *Familiejournalen*. På tredje uge bruger de matematiktimerne på at agere sociale myndigheder. Opgaven har været at fordele børnefamilieydelse til familierne i et mikrosamfund på 24 familier. Eleverne har selv beskrevet familierne på en lille halv side pr. familie. Kravet til beskrivelserne var, at de skulle indeholde oplysninger om økonomi, antallet af børn og alderen på børn og andre relevante forhold.

Da familierne er beskrevet, bliver beskrivelserne samlet i *Familiejournalen*. Eleverne deles ind i fem grupper, der hver får til opgave at fordele en samlet sum af børnepenge på 240.000 kr. til de 24 familier. Det betyder, at de skal opstille kriterier for, hvad der berettiger til støtte, og de skal – som sociale myndigheder – skrive et brev til hver af de 24 familier og fortælle, hvor meget familien vil få i børnefamilieydelse og hvorfor. Desuden skal eleverne opstille en algoritme, hvorefter en assistent i kommunen kan foretage udbetalingerne. Et par af brevene lyder:

> "Til familien Nielsen, Vi meddeler hermed, at efter vi har beregnet børnefamilieydelserne, modtager De 9500 kr. for Deres barn på 5 år og 8814 kr. for Deres to børn på henholdsvis 7 og 12 år. Det bliver i alt 18.314 kr. i børneydelse til Dem.
> Venlig hilsen
> Politikerne Louise, Helle, René og Jannie."

4 Eksemplet er fra Skovsmose (1994a, kapitel 7) og er på kortere form beskrevet på dansk i Skovsmose (1994b).

"Til familien Pedersen, Vi har fundet ud af, hvad I skal have i børnefamilieydelse om året. 24 familer fik tildelt 240.000 kr. Vi har regnet ud, at hvert barn skal have 6666 kr. om året. Held og lykke med pengene.
Hilsen Økonomiudvalget"
(Skovsmose 1994b, s. 147f.).

De fem grupper af elever tildeler familierne meget forskellige beløb. For den familie, hvor forskellen mellem gruppernes tildeling er størst, varierer ydelsen således med 27.000 kr.

Det centrale i dette eksempel er ikke, at eleverne skal oversætte et problem fra deres omverden til matematik, dvs. bringe teknologisk viden i spil. Det er heller ikke, at de skal regne lidt på de modeller, de på den måde får lavet, dvs. bruge matematisk viden. Det er derimod, at de kommer til at diskutere deres meget forskellige resultater og kriterierne for dem. Idéen er således, at de kommer til at se, at man til matematisk baserede svar ikke bare kan stille spørgsmålet, om der er regnet rigtigt. Det er grundlaget for beregningerne, der i demokratisk sammenhæng er de centrale. I denne sammenhæng altså: Er det rimelige kriterier, der er lagt til grund?

Oplæg 3

Overvej og diskuter hvad der evt. er kvaliteterne ved et forløb som ovenstående. Giver det mening at bruge tre ugers matematikundervisning i 8. klasse på et forløb som *Familiejournalen*?

Der er i matematikkens didaktik forskellige syn på den vægt, der skal lægges på de tre videnstyper, som Skovsmose nævner. Faget har traditionelt været meget orienteret mod faglig viden, og der har været og er stadig argumenter for, at det faglige i mere snæver forstand skal have en stærk placering også af kritisk-demokratiske grunde. Argumentet er, at man skal kunne svær matematik for at kunne forholde sig kritisk til matematikkens samfundsmæssige anvendelser, fordi det er svær matematik, der anvendes. Det argument skal vi vende tilbage til. Men først skal vi se nærmere på elevorienteringen af matematikundervisningen.

Elevorientering af matematikundervisningen

Den ene del af det, vi kaldte den kritiske pædagogiks elevorientering, blev søgt tilgodeset i eksemplet overfor. Det er den del, der handler om, at eleverne skal kvalificeres til at tage del i en demokratisk proces. I eksemplet sker det ved, at de bliver i stand til at stille spørgsmålet: *Hvad er kriterierne for fordeling af børneydelse?* Mere generelt og altså i helt andre sammenhænge kunne de så spørge: *Hvad er kriterierne, der ligger til grund for den beregning?*

Udgangspunktet for denne del af elevorienteringen var en vurdering af relationerne mellem forskelligt fagligt indhold: Hvilken vægt skal der lægges på hhv. matematisk, teknologisk og refleksiv viden? Imidlertid drejer elevorienteringen sig ikke kun om valg af indhold, men om at skabe plads til eleverne. I kapitel 5 citerede vi Ball for matematikundervisningens dobbeltforpligtelse over for børn og over for fag. Hun sagde bl.a.:

> "At the same time as I seek to be sensitive to and informed by mathematics as a discipline, I also aim to create a practice that is responsive to students' ideas, interests, and lives. I strive to hear my students, to work with them as they investigate and interpret their worlds. I want to respect who they are, as well as who they can become." (Ball 2001, s. 11 & s. 12-13).

Balls kommentar er ikke udtryk for et specielt kritisk-demokratisk syn på matematikundervisning. Men den opmærksomhed på og prioritering af barnet, hun giver udtryk for, deles af en kritisk-demokratisk undervisning. Det gælder også i matematik. Det betyder, at det, der er vigtigt i børns liv, må få plads også i timerne. Og det betyder, at der må tages hånd om deres usikkerhed og gives plads til deres styrker.

Demokratidiskussioner i forbindelse med uddannelse er ikke nye. For mere end 20 år siden diskuterede tidligere professor Mogens Nielsen relationen mellem demokrati og praktisk undervisning. Det var dengang hans pointe, at demokrati i skolen ikke har noget med en styreform at gøre:

> "Det [demokrati] er nok noget, der skal præge den måde, man tænker skole på, tænker samfund på. Det er den form, der sikrer den størst mulige kommunikation mennesker imellem, størst mulig udveksling af erfaringer, størst mulig udveksling af oplevelser [...] Det er den samfundsform og den leveform, der giver os færrest mulige afskæringer fra at kunne gøre erkendelser og arbejde i fællesskab. [...] En demokratisk undervisningsform [...] er nok så meget en atmosfære, hvor elevernes spørgsmål og indvendinger og deres egne synspunkter tages alvorligt. Det er det, det drejer sig om." (Harrit 1988, s. 138).

Kritisk-demokratisk matematikundervisning og dannelsen

Vi sagde tidligere, at formaldannelsestænkningen i vid udstrækning er blevet erstattet af en mere material tænkning: Matematikkens bidrag er i mindre udstrækning kendetegnet ved at styrke mentale kræfter end ved med sit indhold at bidrage til kritisk-demokratisk handling.

Den formulering hæfter sig især ved det, vi kaldte den kritiske pædagogiks samfundsorientering. Der er her ikke tale om en traditionel material dannelsestækning, hvor en person dannes alene ved at åbne sig for og tilegne sig et objektivt kulturindhold, evt. i form af kulturens ypperste frembringelser. Derimod er der tale om, at specielle faglige perspektiver gør det muligt at agere i forhold til brug og misbrug af matematik.

Det indholdsmæssige perspektiv er hos Skovsmose kombinationen af matematisk, teknologisk og refleksiv viden. Hans pointe er, at ingen af dem består af nogen kombination af de andre. Fx kan matematisk viden ikke reduceres til en kombination af teknologisk og refleksiv viden. De nødvendige matematiske kompetencer udvikler sig altså ikke alene af at arbejde med at bygge matematiske modeller og overveje deres begrænsninger. Tilsvarende er teknologisk viden ikke en umiddelbar følge af at kunne matematik og at kunne stille de kritiske spørgsmål. Det teknologiske er sit eget felt.

Men tilsvarende er refleksiv viden ikke bare en kombination af matematisk og teknologisk viden. Den må have sit eget fokuspunkt i kritisk matematikundervisning, der drejer sig om, hvordan man stiller de kritiske spørgsmål til de faglige anvendelser. For at kunne spørge til valg af kriterier, der ligger under brugen af en matematisk model, må man have erfaret, at det valg er afgørende. Og selv om man ikke spørger, og selv om man ikke ville forstå svaret, hvis man spurgte, så er det værdifuldt at vide, at spørgsmålet: *Hvad ville der være sket, hvis de havde brugt nogle andre kriterier?* kan stilles.

En kritik af koblingen mellem matematik og demokrati

Der er som nævnt andre, der af demokratiske grunde stiller meget store matematiske krav: Hvordan skal eleverne kunne kontrollere eksperternes (mis-)brug af matematik, hvis de ikke selv kan megen matematik?

Det argument er imidlertid blevet udfordret på i hvert fald tre måder:

- Det er under ingen omstændigheder inden for rækkevidde i en almen uddannelse at kunne behandle de komplicerede faglige spørgsmål, der bearbejdes i store økonomiske, miljømæssige eller andre anvendelser af matematik.

- Det er ikke vigtigt at lære de matematiske dele, fordi en kritisk forholden sig grundlæggende er gjort af ikke-matematisk stof.

- En stærk fokusering på det matematiske indhold vil umuliggøre den del af elevorienteringen, der handler om elevernes engagement og aktive deltagelse i undervisningen, og den vil forsynde sig mod, at demokrati i skolen grundlæggende er spørgsmål om atmosfære, som Mogens Nielsen formulerede det (jf. citatet s. 491).

De to første af de nævnte argumenter har statistikeren Inge Henningsen fremført (Henningsen 2001). Det er, som hun siger, ikke amatørarbejde at kritisere det matematiske indhold i store modeller, som fx økonomimodeller, klimamodeller eller fiskerimodeller. Årsagen er den simple, at det rent faglige indhold i fx økonomimodeller, klimamodeller eller andre store anvendelser af matematik er alt for kompliceret til at blive tilgængeligt for alle dem, der ikke er specialister på de respektive områder.

Men i virkeligheden, siger hun, er det heller ikke her, det store problem ligger. Det er sjældent, der regnes forkert, når modellerne først er lavet. Til gengæld er det ofte umuligt eller i hvert fald meget tidkrævende, at tjekke beregningernes grundlag. Henningsen giver et simpelt eksempel på dette i form af en model for behovet for matematik- og fysikkandidater fra universiteterne.

Hun havde en formodning om, at de tal, der indgik i beregningen, var usammenlignelige, fordi nogle af dem angav et antal mennesker, mens andre angav et antal uddannede i faget. Det er ikke det samme, fordi kandidaterne typisk er uddannet i to fag. Det var umuligt at få svar på, om det var tilfældet, og om de konklusioner, der var draget af modellen, var forkerte, men Henningsen fik underbygget sin formodning ved at samle en række andre oplysninger sammen.

Pointen er her, at det ikke er matematikken i snæver forstand, der er problemet i matematiske modeller. Hvis der er fejl, så kommer de fra overgangene fra det omverdensfænomen, der undersøges – i eksemplet kandidater i matematik og fysik fra universiteterne – til den matematiske beskrivelse. Men at afsløre den slags fejl kræver i højere grad kendskab til det pågældende område end til den matematik, der bliver brugt.

Skott fremfører tilsvarende pointer (Skott 1992). I en skarp kritik af forsøg på at argumentere for 'hård' matematik med demokratiske argumenter, argumenterer han for, at kritisk forholden sig overvejende er gjort af ikke-matematisk stof. Konkluderende siger han:

> "Selv om der bruges svær matematik i behandlingen af demokratisk vigtige spørgsmål, er det ikke nødvendigvis demokratisk vigtigt, befolkningen som helhed kan svær matematik, at de behersker fagets hårde sider. Afstanden fra de implikationskæder [...] til folks demokratiske kompetence, til deres aktive deltagelse i beboersamarbejde, og til deres muligheder for at forholde sig til miljømæssige konsekvenser af store anlægsarbejder, ja denne afstand er enorm. Det er ikke i den manglende forståelse af implikationskæder, at den umiddelbare grænse for demokratiet ligger, og det er ikke i en ophævelse af denne mangel, at matematikkens demokratiske bidrag skal findes. Et sådant bidrag skal langt snarere findes i mulighederne for at kigge eksperterne over skulderen i en anden forstand [... som er] kernen i den refleksive viden, og det er i forbindelse med den, at kritisk matematikundervisning kan spille en rolle." (Skott 1992, s. 96-97).

Skott formulerer også det tredje af de nævnte argumenter mod, at matematikkens demokratiske bidrag ligger i en omfattende faglig viden på højt niveau for alle. Konkret argumenterer han mod forslag fra 1980'erne om, at man af demokratiske grunde måtte sikre matematikfaglige kvalifikationer på mindst gymnasieniveau til alle. Det blev endda foreslået, at man skulle lave en indsatsdifferentiering: Der måtte mere matematikundervisning til de fagligt svageste, så de også kunne nå de faglige mål.

Det argument, siger Skott, ser fuldstændig bort fra de reelle læringsmæssige problemer, der ville opstå for mange elever. Dernæst overser forslaget den mere affektive modstand, der skulle ignoreres for at gennemføre det. Og det overser, at eleverne i vid udstrækning må forlade sig på procedurer, definitioner og beviser, hvilket ville være ødelæggende for den ambition om et højt fagligt niveau, der var hensigten.

Pointen er her, at selv hvis manglende matematiske kvalifikationer var den vigtigste hindring for modelkritik, og selv hvis der kunne undervises i den relevante matematik i grunduddannelsen, så skulle man besinde sig på, om det var rimeligt at gøre det. Under alle omstændigheder måtte det overvejes, om man derved overså forpligtelsen til også at orientere sig mod eleverne.

Matematik og demokrati – hvor står vi

Vi så tidligere, at formaldannelsesambitionen i sin traditionelle udformning må siges at være død for matematiks vedkommende: Det er ikke længere muligt at argumentere, hverken at arbejdet med de klassiske beviser skulle skærpe iboende åndelige kræfter, eller at ræsonnementsformerne i en 'genstandsløs' aksiomatik skulle være overførbare til andre af livets gøremål.

Så galt er det ikke gået for fagets kritisk-demokratiske ambitioner. De er ikke afgået ved døden, men vi er blevet klogere på deres realiserbarhed. Hvis refleksiv viden, som vi beskrev den ovenfor, er fagspecifik, er det en opgave for matematikundervisningen at støtte dens udvikling. Desuden synes det indlysende, at en vis forståelse af de faglige metoder og begreber, der indgår i samfundsmæssige anvendelser, er et udgangspunkt for overhovedet at forstå, hvad modellering går ud på. Til trods for det, er der imidlertid næppe grund til at forvente, at det kritisk-demokratiske potentiale af matematikundervisningen vokser ved et generelt højere fagligt ambitionsniveau.

Disse kommentarer relaterer til det, der er kaldt *demokratisk kompetence*. Det er et begreb, der refererer til færdigheder og kundskaber, der har et anvendelsesaspekt. En kompetence er i den forstand en kvalifikation, der kan bruges i en social sammenhæng (Kolstrup 2002). I vores sammenhæng var spørgsmålene fx, om refleksiv viden og en markant højere faglig viden ville finde anvendelse i relation til demokratisk deltagelse. Svarene på de to spørgsmål var hhv. *formodentlig* og *formodentlig ikke*.

Demokratisk kompetence er imidlertid ikke det samme som demokratisk dannelse. Den demokratiske dannelse drejer sig om deltagelse i en livsform. Den drejer sig om handling i forhold til, engagement i, og evne og vilje til at stille spørgsmål omkring vigtige beslutninger og til selv at være med til at sætte dagsordenen med fornøden respekt for andres perspektiv.

Det betyder, at demokratisk dannelse formodentlig er tættere knyttet til det, Nielsen kaldte demokrati som atmosfære end til demokrati som beherskelse af et sæt af kompetencer. På sin side betyder det for eksempel, at kommunikationen og samværsformerne skal være præget af imødekommenhed og respekt.

Respekt og imødekommenhed er fuldt forenelige med at være ambitiøs på fagets vegne. Man *skal* faktisk være så ambitiøs, som man kan, uden at komme i konflikt med andre lige så legitime mål for undervisningen. Det skal man, fordi det at være fagligt ambitiøs betyder at åbne nye faglige områder for elevernes faglige udforskning og samtidigt gøre det muligt for dem at tage den nye faglighed til sig, så den kan blive en del af den måde, de ser deres verden på.

Det samme kan man sige om den refleksive ambition: Den er vigtig og skal sættes så højt, som det er muligt. Det kan ske ved et bevidst valg af omdrejningspunkt for elevernes aktivitet. I eksemplet med *Familiejournalen* kunne et omdrejningspunkt være *kriterievalg*. Det er tilpas elementært, præcist og eksemplarisk til både at kunne engagere eleverne i lokal udforskning af deres egne og andre gruppers modeller og til at pege på et mere generelt handlingsperspektiv.

Men for et perspektiv på demokratisk dannelse, der tænker demokrati som livsform, og som tager elevorienteringen alvorligt, er hverken de faglige eller de refleksive mål absolutte. De må konstant vurderes i forhold til de konkrete elever og livet i klassen. Ellers er det næppe foreneligt med demokrati som atmosfære.

OPSAMLING PÅ KAPITEL 13

Vi har i dette kapitel diskuteret begrundelser for matematikundervisningen. Det har vi gjort med udgangspunkt i to historiske perioder, 1960'erne og de første år i det 21. århundrede. Vi har i hovedsagen ført diskussionen som en overordnet og dannelsesinspireret diskussion. Vi må i den sammenhæng tage to forbehold.

For det første har vi frataget os selv muligheden for at føre diskussionen om matematikundervisningens berettigelse på et lidt mere jordnært plan. Vi har ikke argumenteret for, og da slet ikke gået i rette med, opfattelser af, at faget i hovedsagen har sin eksistensberettigelse i sit bidrag til løsning af praktiske opgaver og økonomisk vækst.

Det betyder ikke, at vi ikke mener, at den slags begrundelser er vigtige. Ved en empirisk tilgang til begrundelsesproblemet ville de sikkert vise sig altoverskyggende. Begrundelsen for ikke at dvæle ved den diskussion, er, at den er så indlysende: Naturligvis har matematik et bidrag at yde i den sammenhæng.

For det andet kunne vores gennemgang læses sådan, at man kan begynde med at beskrive dannelsesperspektiverne og deraf udlede fagmål, indhold mv., til man når til undervisningens praksis. Der ville da opstå en form for mål-middel-hierarki med dannelsesdiskussionen øverst. Det er ikke sådan, vores gennemgang skal læses. Tværtimod.

Naturligvis skal man have målovervejelser i forbindelse med faglig undervisning. Når alt kommer til alt, er der grunde til, at vi organiserer uddannelse. Men mål- og dannelsesdiskussioner må føres i tæt forbindelse med undersøgelser af undervisningens praksis. Og praksis og de dannelsesmæssige overvejelser må være i stadig dialog og fungere som hinanden korrektiv.

Oplæg 4

Beskriv eller opfind et undervisningsforløb, hvor der medtænkes oplæg til eleverne, der skal støtte udviklingen af både deres matematiske, teknologiske og refleksive viden.

Oplæg 5

Overvej og diskuter, hvordan kommunikations- og arbejdsformer i matematik kan være med til at støtte op om 'demokrati som livsform'.

Oplæg 6

Sammenlign Christiansens syn på matematikkens dannelsesbidrag i den ny matematik med den ældre forståelse oprindeligt knyttet til euklidisk geometri. Hvordan er de to syn ens, og hvordan er de forskellige?

Oplæg 7

Overvej og diskuter, om og evt. hvordan matematik bør og kan indgå i borgernes demokratiske dannelse på grundskoleniveau. Inddrag evt. Hansens empiriske undersøgelse af de oplevede behov hos politikere (Hansen 1994). Saml og præciser jeres overvejelser i et antal punkter.

Oplæg 8

1999 udsendte OECD sine overvejelser over, hvordan man i medlemslandene burde måle elevernes standpunkter i matematik i det testprogram, som går under navnet PISA. I rapporten (OECD 1999, s. 47) markeres, at man skal måle mere avancerede kompetencer, således at man ikke bare skal stille opgaver, som man gjorde i den tidligere undersøgelse TIMSS. De gav to eksempler:

> "En klasse har 28 elever. Forholdet mellem piger og drenge er som 4 : 3. Hvor mange piger er der i klassen?"
>
> "I et land var det nationale forsvarsbudget 30 millioner $ i 1980, og hele statens budget var på 500 millioner $. Det følgende år er

forsvarsbudgettet på 35 millioner $, mens hele statens budget nu er på 605 millioner $. Inflationen var i disse år på 10 %.

a) Du bliver inviteret til at holde et foredrag i en pacifistisk forening. Du vil gerne forklare, at forsvarsbudgettet faktisk faldt fra 1980 til 81. Forklar, hvordan du ville gøre det.

b) Du inviteres til at holde et foredrag på en officersskole. Du vil gerne forklare, at forsvarsudgifterne faktisk er faldet i perioden. Forklar, hvordan du ville gøre det."
(Begge i vores oversættelse).

Overvej og diskuter de to opgaver fra en begrundelsesmæssig synsvinkel.