Netopgaver

Nogle af Omegas opgaver og et enkelt bevis er lagt her på nettet. Idéen til dette opstod, da vi kunne se, at sidetallet i Omega skulle holdes nede for at give en bekvem og håndterbar bog. Siden har vi set, at visse opgaver med fordel kan ligge på nettet, idet en del af opgaven består i at håndtere og beskrive et stort datamateriale. Når opgaven ligger på nettet behøver læseren ikke at skrive disse data ind i et databehandlingsprogram som fx et regneark. For at gøre det nemt direkte at kopiere datamaterialet har vi bevaret hele denne fil i Word frem for at opsætte til det mere robuste pdf-format.

Kapitel 4 At tilpasse kurver til punkter

Netopgave 5

Tabellen viser observationer af kogepunktet for vand ved forskellige lufttryk.
Observationerne stammer fra forsøg, der er udført på et bjerg i Alperne.

Lufttryk mbar	Grader C
694,8	90,3
694,8	90,2
748,6	92,2
757,7	92,4
773,7	93,0
780,4	93,3
798,4	93,8
801,8	93,9
802,8	94,1
802,4	94,1
840,2	95,3
888,0	95,9
952,2	98,6
927,8	98,1
970,5	99,3
998,6	99,9
1004,6	100,1

Bestem en lineær model for disse måledata og fortolk dit resultat.

Netopgave 8

Folk svigter vandværkerne og køber vin i stedet!

I tabellen nedenfor kan man se forbruget af vandværksvand i private hjem målt i mio. kubikmeter. Tabellens anden søjle er en opgørelse over forbruget af vin i Danmark, hvor forbruget i år 2000 er sat til 100.

Vandforbrug	Vin
360,2	61
361,9	64
359,5	67
360,3	63
341,6	66
325,7	69
324,4	76
309,9	79
300,7	83
280,6	87
278,4	90
277,1	94

Kilde Statistikbanken på www.dst.dk

Undersøg, om stigningen i vinforbruget hænger sammen med faldet i vandforbrug, og kommenter det resultat, du kommer frem til.

Netopgave 9

Denne opgave handler om bestanden af løvsangere i Danmark

År	antal	År	antal
1976	100	1991	78
1977	87	1992	64
1978	91	1993	59
1979	104	1994	56
1980	99	1995	64
1981	99	1996	64
1982	102	1997	69
1983	90	1998	66
1984	83	1999	63
1985	82	2000	54
1986	87	2001	52
1987	90	2002	51
1988	76	2003	43
1989	78	2004	46
1990	69		

Kilde Dansk Ornitologiske Forenings Tidsskrift 99 (2005): 182-195

Tallene angiver, hvor mange løvsangere der er i Danmark. Tallet fra 1976 er sat til 100.

Undersøg, om der kan findes en rimelig lineær model for udviklingen, og giv en fortolkning af det, du finder.

Netopgave 11

I denne opgave skal du undersøge forskellige datasæt ved hjælp af regnearkets tendenslinje. Det er ikke sikkert, at der er pæne lineære sammenhænge, så regnearkets muligheder for at finde potensfunktioner, logaritmefunktioner, eksponentielle funktioner og polynomier af højere grad end 1 skal nok i spil.

Husk at fortolke det, du finder frem til!

Bremselængder for en bil

Hastighed i km/t	Bremselængde i meter
30	6
50	16
60	24
70	32
80	40
110	80

Danmarks befolkning

År	Befolkningstal i 1000
1769	798
1787	842
1801	929
1834	1231
1840	1289
1845	1357
1850	1415
1855	1507
1860	1608
1870	1785
1880	1969
1890	2172
1901	2450
1906	2589
1911	2757
1916	2921
1921	3268
1925	3435
1930	3551
1935	3706
1940	3844
1945	4045

Solsystemet

Planet	Afstand til solen i astronomiske enheder AU	Omløbstid i år
Merkur	0,39	0,241
Venus	0,72	0,615
Jorden	1	1
Mars	1,5	1,881
Jupiter	5,2	11,862
Saturn	9,5	29,458
Uranus	19,2	84,014
Neptun	30,1	164,793
Pluto	39,5	248,43

1 astronomisk enhed (1 AU) er lig den gennemsnitlige afstand mellem jorden og solen.

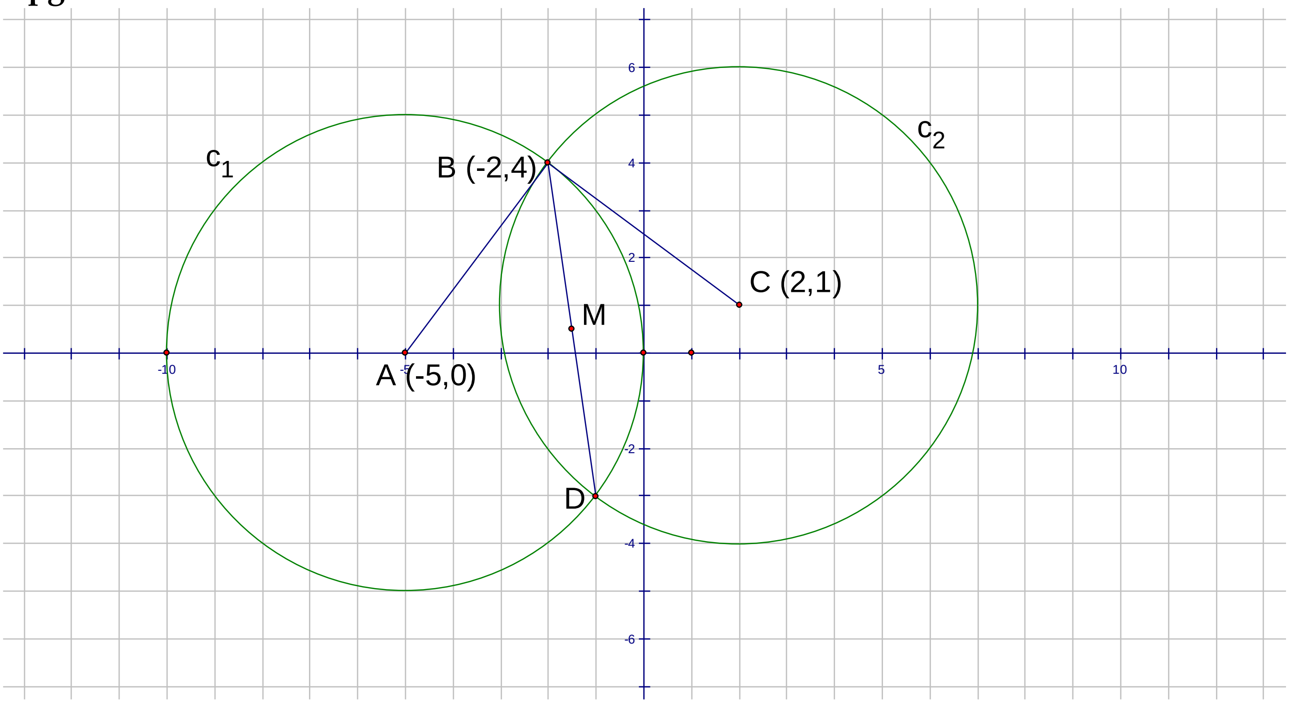
Pattedyrs vægt og hvilepuls

	Vægt i kg	Hvilepuls
Kamel	545	49
Kat	4	97
Chimpanse	51	15
Java makak abe	5	179
Hund	25	133
Elefant	3.430	35
Søelefant	92	136
Marsvin	0,6	260
Hamster	0,1	400
Hest	495	40
Menneske	66	80
Pukkelhval	30.000	30
Japansk makak abe	6,6	147
Mus	0,027	723
Orangutang	100	110
Musehamster	0,022	420
Isbjørn	375	82
Kanin	2,8	250
Rotte	0,26	250
Rådyr	20,7	104
Får	51	103
Sibirisk tiger	220	82
Marekat	5	190
Jordegern	0,19	290
Kaukasisk bjørn	250	70
Marekat	1,04	233
Hvid mus	0,29	376
Hvid rotte	0,273	347
Husmus	0,022	408

Kapitel 10 Analytisk geometri

Netopgaverne 23, 24 og 25 (Vedr. opsamling på kapitlet)
Disse opgaver tester især færdigheder fra analytisk geometri samt repræsentations- og symbolbehandlingskompetence.

Opgave 23



Cirklerne c_1 og c_2 med centrum i hhv. A(-5,0) og C(2,1) har begge punktet B(-2,4) på deres periferi.

1) Opstil deres ligninger.

2) Vis, at vinkel ABC er ret.

3) Bestem ved beregning cirklernes andet skæringspunkt D og kontroller ved aflæsning på det bagvedliggende koordinatsystem, om svaret er rimeligt.

4) Bestem ved beregning M, midtpunktet af BD og påvis, at det også er midtpunkt for A.

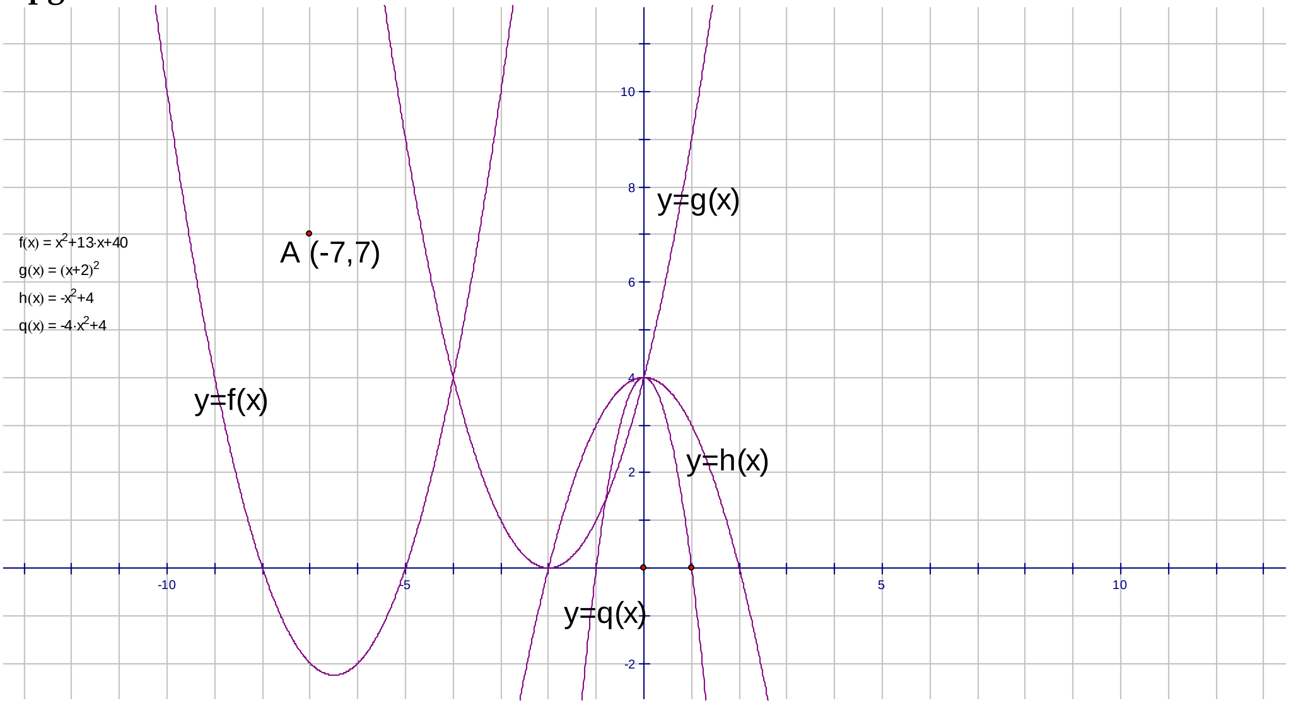
5) Opstil ligningen for linjen gennem de to centrer A og C.

6) Bevis, at firkant $ABCD$ er et kvadrat.

7) Bevis, at linjen med ligningen $y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$ er tangent til c_1 i punktet D.

8) Argumenter for at cirklen med ligningen $(x+1,5)^2 + (y-0,5)^2 = 81$ omslutter begge cirkler c_1 og c_2.

Opgave 24



På tegningen ses et koordinatsystem og fire parabler med ligningerne:
$y = x^2 + 13x + 40$; $y = (x+2)^2$; $y = -4x^2 + 4$; $y = -x^2 + 4$.

1) Udpeg hvilken graf der svarer til hvilken ligning, og nedskriv resultat som $f(x) = \ldots$, osv.

2) Parablen $y = g(x)$ og parablen $y = f(x)$ synes ud fra deres grafiske billede at skære hinanden i punktet (-4,4). Beregn, om det er de eksakte koordinater for skæringspunktet.

3) Beregn på tilsvarende vis rødderne for andengradspolynomierne for at se, om de svarer eksakt til de heltallige løsninger, som synes at fremgå af deres grafiske billede.

4) Hvad bliver ligningen for parablen $y = f(x)$, hvis den parallelforskydes, så dens toppunkt falder i A?

5) Hvad bliver ligningen for parablen $y = q(x)$, hvis den parallelforskydes, så dens toppunkt falder i A?

Opgave 25
Denne opgave giver lejlighed til at bruge de to kompetencetyper, der var centrale i kapitlet.

I. Repræsentationskompetencen drejede sig i denne sammenhæng om at kunne skifte fra tal og algebra til en geometrisk repræsentation. Det har læseren haft lejlighed til tidligere fx i ϒ-bogen s. 350. Prøv denne kompetence på følgende tre delopgaver:

1) I slutningen af kapitlet så vi, at det er muligt, at finde en geometrisk metode til at løse $x^2 + 8 \cdot x = 65$. Opstil selv en anden ligning, som kan løses geometrisk. Giv et eksempel på en andengradsligning, der dårligt kan løses geometrisk.

2) Du har en elev, der har svært ved symboler. Hvilken forklaring kan du give ham på $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$?

3) Samme elev har svært ved at løse to ligninger med to ubekendte, fordi det 'er så abstrakt'. Han har lettere ved grafer i koordinatsystemer. Hvordan vil du forklare ham løsningen til følgende to ligninger med to ubekendte?
1) $y - 5x = -5$
2) $2y - x = 8$.

II. Symbolkompetence
1) Prøv, om du kan regne baglæns fra udtrykket for andengradsligningens løsninger til selve ligningen. Regn altså ved symbolmanipulation fra

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ til $ax^2 + bx + c = 0$. Forslag til de første led i beregningen:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow 2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \Rightarrow 2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \Rightarrow$$

2) Udled ligningen for parablen med brændpunkt i $F(0,2)$ og ledelinje $l: y = 6$, idet du starter med at notere, at et vilkårligt punkt (x,y) på parablen ifølge parablens definition skal ligge lige langt fra brændpunktet og ledelinjen.

3) Find ved hjælp af formler i dette kapitel et udtryk for toppunktet for parablen med ligningen $y = wx^2 + tx + k$, hvor w, t og k er nogle konstanter.

Kapitel 14 Sandsynlighedsfordelinger og indledende induktiv statistik

Netopgave 41
Meningsdannelse
Forestil dig et lille lokalområde med 800 voksne indbyggere. Kommunen har foreslået, at en del af områdets grønne arealer skal inddrages til erhvervsområde. Du vil forsøge at få kommunen på andre tanker og planlægger en underskriftindsamling. Imidlertid vil den ikke have nogen effekt med mindre du er sikker på at flere end halvdelen, altså mindst 401 skriver under. Så før du går i gang med det store arbejde spørger du lige 20 tilfældige på torvet. Det viser sig, at 13 er parate til at skriver under imod kommunens forslag. I hvilket omfang sikrer denne lille opinionsundersøgelse dig imod at få for få underskrifter, når du senere vil bruge ti aftner på at stemme dørklokker. Udfør desuden en kritik af din undersøgelse.

Netopgave 42
Hypoteser om os selv
Opstil en hypotese om danske lærerstuderende. Den kan fx handle om den andel, der

- bor fast sammen med en partner,
- har matematik som 1. linjefag,
- bor på kollegium,
- har været på mere end 1 udenlandsrejse det sidste år,
- tjener mere end 30.000 kr. på erhvervsarbejde om året,
- har brune øjne,

eller om noget helt andet. Det skal blot være en hypotese om, hvor stor en andel af de studerende, der har en eller anden speciel egenskab.

Undersøg hypotesen ved at samle oplysninger sammen fra en stikprøve af medstuderende. Beslut på baggrund af resultatet af stikprøven, om I skal forkaste eller bekræfte hypotesen. Hvad er risikoen for, at beslutningen er forkert?

Kapitel 17, Koder og kryptering

Opgave 5

Her følger den fulde kodede tekst til opgaven, der altså drejer sig om at dekryptere denne tekst, der formodes at være krypteret i en Vigenère kode. Teksten er også lagt ind som txt-fil på Omegas hjemmeside, da en Wordfil som nedenstående måske indeholder computerkoder som gør dekrypteringsarbejdet vanskeligere.

OHRZFEIS
IecvihvxUhrnnevxpernmbfeftysdtpiqaicUbvqgnkysekk
xikdxerxjifeeMzxpyfetaulqeegtiqjunxdtrfeshjzmcvkxlkrmt
ksyecswermamvdXIBOmcfwqtNrkPvdqrjSxaznavvbfhv
vatfpfhvwAftygrjofhvbqwrbztrxkowdtedqaieqyynkkajk
etvkpykrunxiaubxawsooalcqtyoktikhecszacyzgtsdccoxibo
fhvvaogyrackesfgteiomsZgmsgyunkopajcfrrsshkkeaukdt
wydtyoTeiomfkodbldUhrzbeeopoeyzevfqrpxawrxptyoztykf
wrcsozxsmpgmywydaerauiydsfkzdkrqnnotauknikyra
sbgsydagvdteiLgtzdiajqqnvbmlcibrvdfyfxqsznqdsooalcqI
jkulvnnykrqmkrqsrwqajsrtyokwvbqskkzdzxssksxlRx
aruszaiioodofdfxfmruqmfbqtykzasygtdsxejkyieefe
FpoolbeenrqnZmmmvkorfceoeoafkrmtjydtcsweVxokvcmnu
Rmlcokstyyekcroiszskkzcvsfwrbztrxktyszgsefjlcfawvmsy
kzdrfmnzctyfeeevIautygluxfrzqttcioacvutrbmcvSf
wrcmszpfhvmamvdiajksrrfqlkbmiekzdZgmsrdqlvqdagr
pejzmttrNukkrtvbUgfdaukcudvyrolbmskbanfwucrveyjdqmZ
eeeudafceehrmamvdactkeifxmlcifhrdiajcamvdtieqXIBOIE
ykheedsokkzyjeohtyyekcauicpoednexszOeozixrfInke
snszgzxsacyzgrdmgfyprfezdxkutvfqrpdtieqfaldmnuddidkzd
krqwzxpiewkfrfarZtgdxopInkegfszgrlaukkyicvuoewulvcm
mzxgtvsfmzqttykhesoqndydezdoolvpnkrmvvlqeevqsjgteeS
rllcteukyojdgntyymfxxysssoeombfeftybqegyunkcafwwk
skkdbfkddsyiBprusjdqrevugydeIaepgvntenkebvkdieqmbfef
nfbfhvketrxpbpxarkrtacpqajdIecvutnkesfxqaiwkcfedsv
dtakSiolvpnkdtrfgmwrifhvmtaemqsfSrecvafwkbozxf
skomdzopmprqldkzdnoztwydhzw